

Problem 1. Dans un jeu de lancer de boîtes, sur chaque boîte est écrit un nombre. Tu peux renverser n'importe quelles boîtes, et tu gagnes seulement si la somme des nombres des boîtes que tu as renversé est égale à 50. Trouvez ces nombres et les écrire par ordre croissant.

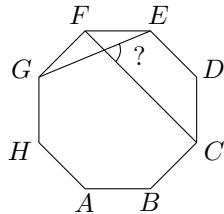
					24					
				16		30				
			18		6		36			
	9		33		28		3			

Problem 2. Teresa a un dé rouge, un dé bleu et un autre jaune, chaque dé a ses faces numérotées de 1 à 6. Après un lancer des trois dés simultanément, elle additionne les résultats. De combien de façons différentes peut-elle obtenir un total de 8 ?

Problem 3. Mr Adam a quatre enfants. Il remarque que son âge actuel est égal à la somme des âges de ses trois plus grands enfants, et que dans six ans, son âge sera égal à la somme des âges de ses trois plus petits enfants. Quelle est la différence d'âge entre son plus petit enfant et son aîné ?

Problem 4. Une horloge numérique au format $24h$ affiche de $00 : 00$ à $23 : 59$. Combien de fois, en une journée complète, l’affichage montre exactement quatre des cinq chiffres $1, 2, 3, 4, 5$ (dans n’importe quel ordre) ?

Problem 5. Soit $ABCDEFGH$ un octogone régulier. Quelle est la mesure, en degrés, de l'angle aigu entre les diagonales (CF) et (EG) ?



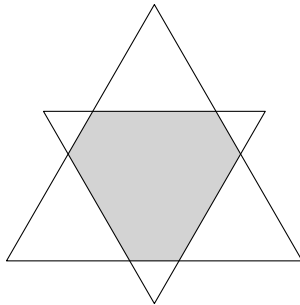
Problem 6. Soient a, b, c, d, e cinq entiers naturels non nuls tels que $a < b < c < d < e$. Sachant que leur moyenne arithmétique est égale à 16, déterminer la valeur maximale possible de d .

Problem 7. Un voyageur s'approcha d'une ancienne porte de pierre dans le désert et trouva un sphinx qui lui barrait la route. Le sphinx dit : “Réponds à l'énigme et je te permettrai de passer : je pense à un nombre de trois chiffres qui vérifie les conditions suivantes :

- il s'agit d'un nombre impair ;
- ses chiffres sont distincts les uns des autres et ordonnés de manière croissante de gauche à droite ;
- il est divisible par 9, et si vous supprimez l'un de ses chiffres, il devient non divisible par 9 ;
- l'un de ses chiffres est 6.“

Quel est le nombre auquel pense le sphinx ?

Problem 8. Deux triangles équilatéraux sont positionnés comme indiqué sur la figure. Leurs côtés correspondants sont parallèles et ils partagent le même centre du cercle circonscrit. Les longueurs des côtés sont 17 cm (grand triangle) et 11 cm (petit triangle). La partie commune aux deux triangles est un hexagone (hachuré sur la figure). Déterminer le périmètre de cet hexagone (en cm).



Problem 9. Anna souhaite s'habiller pour se rendre à un club de sport. Elle doit porter exactement : un t-shirt, un short, une paire de chaussettes et une paire de baskets ; elle peut éventuellement porter un bandeau dans les cheveux. Anna possède : des t-shirts de couleurs : blanc, jaune, vert, bleu et rouge ; des shorts et des bandeaux de couleurs : blanc, noir et gris ; des chaussettes de couleurs : blanc, rouge et orange ; des baskets de couleurs : blanc et noir. Anna porte des chaussettes blanches uniquement si toute sa tenue est blanche (y compris le bandeau, si elle en porte un).
De combien de façons différentes Anna peut-elle s'habiller ?

Problem 10. Trouver un nombre à quatre chiffres vérifiant les propriétés suivantes :

- son chiffre des centaines est le double de son chiffre des milliers ;
- son chiffre des unités est le triple de son chiffre des dizaines ;
- si l'on élève chacun de ses chiffres au carré, la somme des carrés obtenus est égale à 95.

Problem 11. Fatima a une personnalité positive, elle veut remplir les cases dans l'expression

$$\square 1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5$$

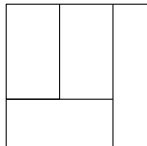
avec soit un signe plus, soit un signe moins, de sorte que le résultat soit un nombre positif. De combien de façons peut-elle le faire ?

Problem 12. Dans l'addition en colonnes ci-dessous, chaque lettre représente un chiffre. Les lettres identiques représentent le même chiffre, et les lettres différentes représentent des chiffres différents.

$$\begin{array}{r} A \quad A \quad A \\ + \quad A \quad A \quad B \\ + \quad A \quad C \quad C \\ \hline 2 \quad 0 \quad 2 \quad 6 \end{array}$$

Trouvez le nombre ABC à trois chiffres.

Problem 13. Le schéma montre un carré, de côté 2, divisé en quatre rectangles. Si les rectangles ont tous la même aire, trouvez la somme de leurs périmètres.



Remarque : Un segment commun à deux rectangles est compté dans le périmètre de chacun.

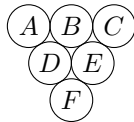
Problem 14. Ahmed forme une longue suite de chiffres en écrivant le bloc à quatre chiffres 2026 consécutivement, exactement 2026 fois, selon les règles suivantes. Il commence par écrire 2026, puis continue avec 6202, qui est 2026 écrit à l'envers, en omettant le chiffre 6 répété à la jonction. Il poursuit en alternant entre l'ordre normal et l'ordre inversé de 2026, en utilisant chaque fois le dernier chiffre du bloc précédent comme premier chiffre du bloc suivant, de sorte que les blocs adjacents se chevauchent exactement d'un chiffre, comme illustré ci-dessous :

$$\underbrace{2\,0\,2\,6}_1 \overbrace{2\,0\,2}^2 \underbrace{2\,0\,2\,6}_3 \overbrace{2\,0\,2}^4 \underbrace{2\,0\,2\,6}_5 \overbrace{2\,0\,2}^6 \dots$$

Déterminez la somme des chiffres du nombre obtenu.

Problem 15. Il est $8h00$. Quelle heure sera-t-il après 260320261998 heures, en supposant qu'il n'y a aucun changement d'heure (comme l'heure d'été) pendant cet intervalle ?

Problem 16. Une grappe de raisins est disposée comme sur l'image. Une unité de raisin ne peut être mangée que si tous les raisins directement en dessous (c'est-à-dire le ou les deux raisins qu'il touche en bas) ont déjà été mangés. Par exemple, le raisin D doit être mangé avant A et B . De combien de manières différentes peut-on manger toute la grappe ?



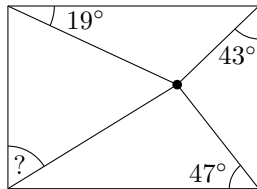
Problem 17. Soit x un entier positif tel que

$$\text{ppcm}(x, 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2) = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \quad \text{et} \quad \text{ppcm}(x, 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7) = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 7^2.$$

Combien de valeurs distinctes peut prendre $\text{pgcd}(x, 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^3)$?

Remarque : $\text{pgcd}(a, b)$ et $\text{ppcm}(a, b)$ désignent respectivement le plus grand diviseur commun et le plus petit multiple commun des entiers a et b .

Problem 18. Un point est situé à l'intérieur d'un rectangle, comme sur le schéma. Trois angles sont indiqués. Trouvez la mesure de l'angle marqué par un point d'interrogation (en degrés).



Problem 19. Loubna veut assembler un collier en utilisant deux types de perles. Elle a acheté au total 100 perles, avec plus de perles bon marché que de perles chères. Le coût total de toutes les perles bon marché était de $459DH$. De plus, chaque perle chère coûte $13DH$ de plus que chaque perle bon marché. Tous les prix en DH sont des entiers naturels.

Combien de DH Loubna a-t-elle payés pour les perles chères ?

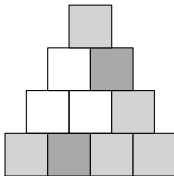
Problem 20. Dans l'équation ci-dessous :

$$\frac{M \cdot A \cdot T \cdot H}{N \cdot A \cdot B \cdot O \cdot J} = G \cdot A \cdot M \cdot E,$$

Chaque lettre représente un chiffre, des lettres distinctes représentent des chiffres distincts, et le point $\cdot$ désigne la multiplication. Combien de valeurs différentes le produit $M \cdot A \cdot N \cdot G \cdot O$ peut-il prendre ?

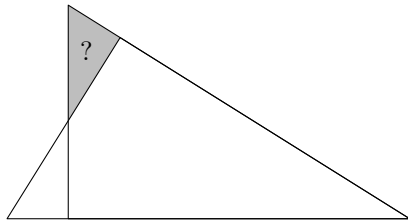
Problem 21. Trois phares se trouvent sur une côte rectiligne. La distance entre chaque paire de phares adjacents est de 13 km. Un navire en mer se trouve à 10 km de l'un des deux phares d'extrémité et à 13 km du phare du milieu. À quelle distance (en km) se trouve le navire de l'autre phare d'extrémité ? (On pourra négliger la courbure de la Terre.)

Problem 22. De combien de façons peut-on attribuer l'une des trois couleurs à chacune des 10 pièces d'une pyramide de hauteur 4, de sorte que chaque sous-pyramide de hauteur 2 (orientée vers le haut) soit colorée soit avec les trois couleurs, soit avec une seule couleur ? L'image suivante est un exemple d'un tel coloriage



Problem 23. On attribue à chaque sommet d'un polygone régulier, à 100 sommets, un nombre distinct parmi $1, 2, \dots, 100$, de sorte que la valeur absolue de la différence entre les nombres de chaque paire de sommets opposés est un même nombre fixe n . Trouver la somme de toutes les valeurs possibles et distinctes de n .

Problem 24. Deux copies d'un triangle rectangle de côtés 5, 12 et 13, sont placées l'une sur l'autre de façon qu'elles partagent le sommet ayant le plus petit angle et se chevauchent partiellement le long de leurs arêtes, comme indiqué sur le schéma. Quelle est l'aire de l'un des triangles formant la région non chevauchée ?



Problem 25. Chacun des sept nains a choisi un entier naturel non nul. Ils connaissent tous les nombres choisis par les autres. Fahman a demandé à chaque nain quel nombre il avait choisi.

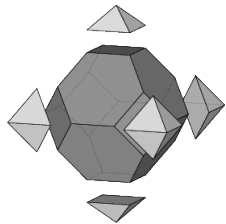
- Le 1er nain est resté silencieux.
- Le 2e nain a dit : « Mon nombre est égal à celui du 1er nain. »
- Le 3e nain a dit : « Mon nombre est égal à la somme des nombres des 1er et 2e nains. »
- Le 4e nain a dit : « Mon nombre est égal à la somme des nombres des 1er, 2e et 3e nains. »
- ...
- Le 7e nain a dit : « Mon nombre est égal à la somme des nombres du 1er au 6e nain. »

On sait que la somme des sept nombres choisis est 46. On sait aussi qu'exactement un nain a menti ; tous les autres ont fait des déclarations se référant aux nombres réellement choisis, et non à ceux annoncés. Quel nombre le nain menteur aurait-il pu choisir ?

Problem 26. Pour communiquer avec un satellite en orbite, on choisit six canaux distincts dans l'ensemble $\{1, 2, \dots, 13\}$, deux sélections sont considérées identiques si elles contiennent les mêmes six canaux, quel que soit l'ordre. Pour obtenir le meilleur débit d'émission, la sélection doit inclure au moins une paire de canaux dont le résultat de la différence de leurs deux nombres est un nombre impair. Combien de tels ensembles de canaux sont possibles ?

Problem 27. Soit N un nombre à 7 chiffres qui est divisible par chacun de ses chiffres. Si tous les chiffres de N sont différents et non nuls, trouvez la somme des chiffres de N .

Problem 28. Un octaèdre tronqué est obtenu en coupant les sommets d'un octaèdre régulier de telle sorte que le solide restant soit un polyèdre comportant huit faces hexagonales régulières et six faces carrées. Exprimer par une fraction le volume de l'octaèdre tronqué par rapport au volume de l'octaèdre original.

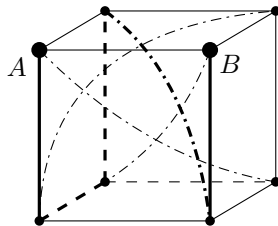


Note: A regular octahedron is a solid with eight identical equilateral triangular faces.

Problem 29. Trouver toutes les solutions réelles de l'équation :

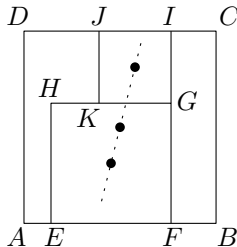
$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0.$$

Problem 30. Sur la planète cuboïde *Railbox Prime*, il y a huit villes, une à chaque coin, et des voies ferrées sur chaque arête de sorte que les villes reliées par une arête soient directement connectées ; en plus, il y a quatre « voies ferrées souterraines » qui traversent la planète, chacune reliant une paire de villes situées à des coins opposés. Un visiteur part d'une ville de coin A et veut atteindre une ville de coin voisine B (à une arête de distance) en empruntant exactement cinq segments ferroviaires, sans jamais visiter une même ville plus d'une fois, et en s'arrêtant à l'arrivée ; si le visiteur souhaite utiliser au moins une voie ferrée souterraine en cours de route, combien de tels itinéraires sont possibles ? Le schéma montre un exemple d'un tel itinéraire.



Problem 31. Considérons une élection avec 2026 électeurs et quatre candidats – A , B , C , et D . Le candidat A a obtenu le moins de votes, en recevant un sixième des votes du candidat B . Le candidat C a reçu exactement 446 votes de moins que le total combiné de tous les autres candidats. Le candidat D a remporté l'élection avec moins de 800 votes. Chaque électeur a voté pour exactement l'un des quatre candidats. Combien de votes le candidat A a-t-il reçu ?

Problem 32. On considère trois carrés $ABCD$, $EFGH$ et $KGIJ$ comme indiqué dans la figure : les points E et F appartiennent au segment $[AB]$, les points I et J appartiennent au segment $[CD]$, et le point K appartient au segment $[GH]$. Les centres des trois carrés sont des points alignés. Sachant que $AD = 7$ et $HK = 1$, trouver FB .



Problem 33. Plusieurs nombres sont écrits sur un tableau noir, dont l'un est 2026. Si 2026 est effacé, la moyenne arithmétique des nombres restants diminue de 6. Si, au contraire, on écrit 2026 une deuxième fois au tableau, la moyenne arithmétique augmente de 4. Trouver la somme des nombres initialement écrits sur le tableau.

Problem 34. Une puce saute le long de la circonférence d'un cercle. Son premier saut sous-tend un angle au centre de 1° (c'est-à-dire que l'angle entre les rayons vers les extrémités du saut est de 1°). Chaque saut suivant se fait dans la même direction et sous-tend 2° , puis 3° , et ainsi de suite. À quel saut la puce revient-elle pour la première fois à son point de départ ?

Problem 35. Dans le pays de Naboia, il existe trois groupes de magiciens : la groupe du feu, le groupe de l'eau et le groupe du vent. Chaque groupe est composé de deux sorciers maîtres et de deux sorciers apprentis. Pour protéger le pays, il faut former quatre paires défensives, chaque paire étant constituée d'un maître et d'un apprenti, à condition qu'aucune paire ne réunisse deux sorciers du même groupe. Chaque groupe doit contribuer avec au moins un maître et au moins un apprenti dans les quatre paires. De combien de façons peut-on former les paires pour défendre le pays?

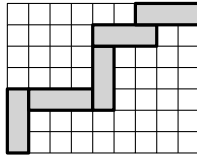
Remarque : Chaque maître et chaque apprenti est un individu distinct ; il est donc important de déterminer quels sorciers composent chaque paire, mais l'ordre des quatre paires n'a pas d'importance.

Problem 36. Soient x, y deux nombres réels non nuls tels que $x + \frac{1}{y} = \sqrt[3]{2}$ et $y + \frac{1}{x} = 3\sqrt[3]{4}$.
Déterminer la valeur de $x^2y + \frac{1}{xy^2}$.

Problem 37. Soit $ABCD$ un quadrilatère cyclique avec $\widehat{ADB} = 48^\circ$ et $\widehat{BDC} = 56^\circ$. Soit X un point à l'intérieur du triangle ABC tel que $\widehat{XCB} = 24^\circ$, et le demi-droite $[AX)$ est la bissectrice de $\widehat{BAC}$. Trouver la mesure de l'angle $\widehat{CBX}$ en degrés. **Note :** Un quadrilatère cyclique est un quadrilatère dont les quatre sommets sont tous situés sur un même cercle.

Problem 38. *Nabionacula simplex* possède un cerveau très primitif divisé en hémisphères gauche et droit, chacun composé de deux types de cellules : des neurones et des cellules de soutien. Les cellules n'ont aucune connexion au sein d'un même hémisphère. Toutes les connexions sont bidirectionnelles et se produisent uniquement entre les hémisphères gauche et droit : chaque neurone se connecte à chaque neurone de l'hémisphère opposé, chaque cellule de soutien se connecte à chaque cellule de soutien de l'hémisphère opposé, et chaque neurone se connecte à chaque cellule de soutien de l'hémisphère opposé. Dans un échantillon de *Nabionacula simplex*, il y a 168 connexions neurone–neurone, 48 connexions cellule de soutien–cellule de soutien, et 191 connexions neurone–cellule de soutien. Quel est le nombre total de neurones dans cet échantillon?

Problem 39. Ahmed dispose de cinq tuiles trimino droites (en forme de “I”) identiques et souhaite former un chemin continu sur une grille rectangulaire 7×9 reliant le coin inférieur gauche au coin supérieur droit. Chaque trimino est composé d’un carré central et de deux carrés aux extrémités, et le chemin doit être formé de sorte que deux pièces consécutives quelconques partagent exactement un côté de la grille, qui est aussi un côté commun aux deux carrés situés aux extrémités des deux pièces. Un de ces chemins est illustré dans la figure ci-dessous. De combien de façons distinctes Ahmed peut-elle former un tel chemin ?



Problem 40. Soient a, b, c, d des nombres réels tels que $a + b + c + d = 2$ et $\frac{a^2}{a+2b} + \frac{b^2}{b+2c} + \frac{c^2}{c+2d} + \frac{d^2}{d+2a} = 2026$
Trouver la valeur de :

$$\frac{b^2}{a+2b} + \frac{c^2}{b+2c} + \frac{d^2}{c+2d} + \frac{a^2}{d+2a}.$$

Problem 41. Dans une boîte parallélépipédique à base carrée de côté 3 et de hauteur a , on place deux balles de ping-pong, chacune de rayon 1. La première balle est positionnée de sorte qu'elle touche deux faces verticales adjacentes de la boîte, la face inférieure de la boîte et la seconde balle. La seconde balle est positionnée de sorte qu'elle touche les deux autres faces verticales adjacentes de la boîte, la face supérieure de la boîte et la première balle. Déterminez la hauteur a de la boîte.

Problem 42. De combien de façons peut-on remplir un tableau 3×3 avec les chiffres $0, 1, \dots, 9$ de sorte que chaque case contienne exactement un chiffre, qu'aucun chiffre ne soit utilisé plus d'une fois, et que les six sommes formées par les trois lignes et les trois colonnes soient soit toutes paires, soit toutes impaires ? Un exemple d'un tel tableau dans lequel toutes les sommes des lignes et des colonnes sont paires est montré ci-dessous :

1	2	3
5	4	7
6	0	8

Problem 43. La somme de quatre entiers naturels non nuls, deux à deux distincts a, b, c et d est égale à 20000. Trouvez la plus petite valeur possible de $\text{ppcm}(a, b, c, d)$., où ppmc désigne le plus petit multiple commun .

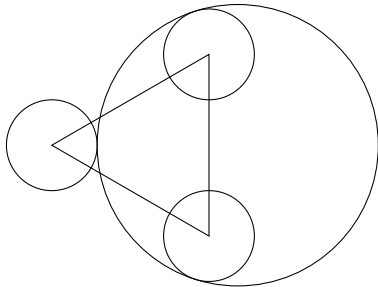
Problem 44. Soit $a_1, a_2, a_3, \dots$ une suite définie par $a_n = \frac{n^2}{1.001^n}$. Trouvez la valeur de n pour laquelle la suite atteint son maximum.

Problem 45. Cinq amis choisissent des places pour un spectacle. Ils veulent tous s'asseoir sur une même rangée, qui a la disposition suivante :



C'est-à-dire : un mur, quatre blocs de six sièges séparés par trois allées, puis un deuxième mur. Les amis sont timides, donc ils veulent choisir cinq sièges tels que, même si tous les autres sont occupés, ils puissent quitter leurs places sans avoir à demander à des étrangers de se lever. Combien de tels ensembles de cinq sièges existent?

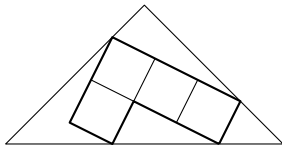
Problem 46. Consider an equilateral triangle with sidelength 4. A circle of radius 1 is centered at each vertex of the triangle. Determine the radius of a larger circle that is tangent internally to two of these smaller circles and externally to the third one.



Problem 47. Consider two rooms, one full of dwarves, each 1.2 m tall, and the other full of cyclopes, each 4 m tall. After 35 cyclopes and 24 dwarves moved from their room to the other one, the average height in both the rooms became exactly the same. What was the smallest total number of creatures for this to happen?

Problem 48. Six pirates enter a tavern and, after a chaotic shuffle, take seats at random around a round table, each having an inherent ferocity rank from 1 to 6 (all distinct) that determines every duel: the higher-ranked pirate always wins. To decide who commands the crew, they follow a clockwise challenge ritual: in each round, one remaining pirate is chosen at random to challenge the nearest pirate to their right (clockwise), skipping any empty seats; the weaker pirate is eliminated and the stronger stays seated. After five rounds only one pirate remains; what is the probability the final duel is between the two strongest pirates, ranks 6 and 5?

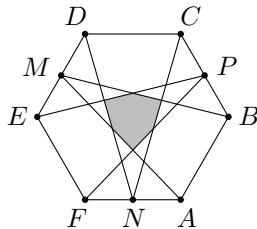
Problem 49. An L-shaped tetromino, formed by four congruent squares joined edge to edge, is placed inside an isosceles right triangle as shown. The tetromino is positioned and scaled so that it is as large as possible while remaining entirely inside the triangle. What is the ratio of the area of the tetromino to the area of the triangle?



Problem 50. Consider the sequence $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ defined by $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ and for $n \geq 1$ by $a_{n+3} = 3^{a_{n+2}} + 3^{a_{n+1}} + 3^{a_n}$. What is the remainder when a_{22} is divided by 49?

Problem 51. Max starts with an empty fuel tank at the beginning of an infinite road. For every integer $n \geq 0$, there is a trader located n^2 miles from the starting point. Max can buy an integer number of fuel units from each trader. However, traders are reluctant to sell large amounts of fuel, so the cost per unit increases with each additional unit purchased: at each trader, the first unit costs \$1, the second unit costs \$2, the third unit costs \$3, and so on. Each fuel unit allows Max to drive 1 mile. Both the traders' supply and Max's fuel tank capacity are unlimited. Given a budget of \$730, what is the maximum distance that Max can travel along the road?

Problem 52. Let $ABCDEF$ be a regular hexagon with area 420. Let M , N , and P be the midpoints of sides DE , FA , and BC , respectively. The segments AM , BM , CN , DN , EP , and FP are drawn, enclosing a shaded region. Determine the area of this region.



Problem 53. Adele is a master of algebraic manipulation, so she has taken all the expressions $\pm a \pm b \pm c \pm d$ (altogether, 16 expressions for all the possible sign combinations) and multiplied them together, obtaining a polynomial in the variables a, b, c, d . She then discarded all terms in which at least one of the variables was missing. What was the sum of the coefficients of the remaining terms?

Problem 54. Nicky has 9000 congruent equilateral triangles. How many different quadrilaterals can she assemble from them by arranging all 9000 triangles without overlap into a single quadrilateral? Quadrilaterals that are congruent are considered identical.

Problem 55. Alex hung a Christmas light string with 10 bulbs in the window, but unfortunately, not all the bulbs were lit. It is known that there are no four consecutive bulbs alternating between lit and unlit (i.e., lit, unlit, lit, unlit or unlit, lit, unlit, lit). How many different possible configurations could there be?

Problem 56. Solve the following equation for a positive integer a :

$$\left(\frac{23 + \sqrt{23^2 - 4}}{2}\right)^5 = \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right)^2.$$

Problem 57. In right triangle ABC with right angle at C , a point D lies on segment BC such that $BD = 9$ and $DC = 5$. If further $\angle ADC = 3\angle BAD$, determine the length of AB .

The team has received all the problems.

Do not hand out this leaflet to the team. It is intended for review only.